5. pismeni ispit

Predmet: Matematičke metode fizike 1

01.09.2011.

1. (20) Ako su $\Phi = \mathrm{r}^2 \cos^2\varphi$; $\vec{F} = \mathrm{r}^2\hat{r} + \mathrm{r}^2\hat{\theta} + \sin(\varphi+\theta)\,\hat{\varphi}$; $\vec{\mathrm{G}} = (\mathrm{x}^2 + \mathrm{y}^{\tan z})^{\frac{4}{3}}\,\hat{k}$; $\vec{E} = cos^2\varphi\,\hat{\rho}$ odredite:

   (a) $\nabla\Phi$; (b) $\nabla\,\vec{F}$; (c) $\nabla(\nabla\times\vec{\mathrm{G}})$; (d) $\nabla\times\,\vec{E}$.

2. (20) Dokažite: Ako je rang tenzora $\tilde{A}$ i $\tilde{B}$ naznačen brojem indeksa u relaciji

$$K_{ij}A_k = B_{ijk}$$

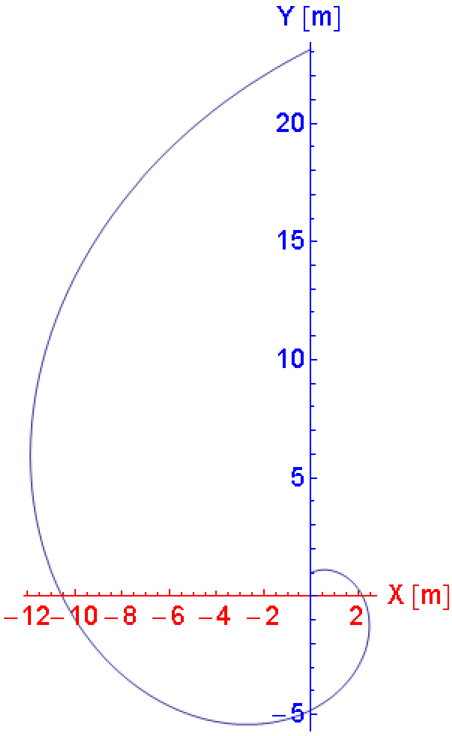
koja vrijedi u svim (zarotiranim) Kartezijevim sustavima, tada je $\widetilde{K}$ tenzor ranga 2.

3. (20) Odredite rad sile (koordinate su izražene u metrima)

$$\vec{F} = \frac{\mathrm{x}\hat{\imath} + \mathrm{y}\hat{\jmath}}{(\mathrm{x}^2+\mathrm{y}^2)^{\frac{3}{2}}}\,[\mathrm{Nm}^2]$$

na putu od točke (0,1)m do točke (0, e^{π})m po krivulji na slici desno, tj.

$$\vec{r}(\mathrm{t}) = e^t\sin(2t)\,\hat{\imath} + e^t\cos(2t)\,\hat{\jmath}$$



4. (20) Od svih mogućih kvadara, definiranih nejednadžbama

$$0 \le x \le a\,;\; 0 \le y \le b\,;\; 0 \le z \le \mathrm{c}$$

odredite onaj za koji je ukupni tok polja

$$\vec{F} = \frac{x^2 + yz + x}{bc}\hat{\imath} + \frac{y^2 + zx - ay}{ac}\hat{\jmath} + \frac{z^2 + xy - 2z}{ab}\hat{k}$$

prema vani kroz svih 6 ploha najveći, odnosno najmanji. Koliko iznosi taj tok?

5. (20) Odredite centar mase tanke žice, linijske gustoće $1/(t+1)$, u obliku krivulje

$$\vec{r}(\mathrm{t}) = t\hat{\imath} + \frac{2\sqrt{2}}{3}t^{\frac{3}{2}}\hat{\jmath} + \frac{\mathrm{t}^2}{2}\hat{k} \qquad 0 \le t \le 2$$